

Benutzer:

$$\#1: V(x) := x \cdot (25 - 2 \cdot x) \cdot (20 - 2 \cdot x)$$

Ausmultipliziert (Vereinfachen/Multiplizieren) ergibt sich die Zielfunktion zu

Mltp(Benutzer):

$$\#2: 4 \cdot x^3 - 90 \cdot x^2 + 500 \cdot x$$

Die erste Ableitung bezeichnen wir mit $V_'$ (V strich). Das geht mit Derive folgendermaßen:

Markiere den Term #2. Wähle Analysis/Differenzieren/Vereinfachen

Dif(#2,x):

$$\#3: \frac{d}{dx} (4 \cdot x^3 - 90 \cdot x^2 + 500 \cdot x)$$

Simp(Dif(#2,x)):

$$\#4: 12 \cdot x^2 - 180 \cdot x + 500$$

Benutzer:

$$\#5: V_'(x) := 12 \cdot x^2 - 180 \cdot x + 500$$

Extremwerte von V

Notwendige Bedingung $V_'(x)=0$

Benutzer:

$$\#6: \text{SOLVE}(V_'(x) = 0, x)$$

Simp(#6):

$$\#7: x = \frac{15}{2} - \frac{5 \cdot \sqrt{21}}{6} \vee x = \frac{5 \cdot \sqrt{21}}{6} + \frac{15}{2}$$

Approx(#7):

$$\#8: x = 11.3 \vee x = 3.6$$

Der erste mögliche Wert liegt außerhalb des Definitionsbereichs (liefert außerdem ein lokales Minimum).

Zur Untersuchung der hinreichenden Bedingung für den zweiten x-Wert bilden wir die zweite Ableitung von V:

#13 markieren, Anaylysis/Differenzieren/Vereinfachen

Dif(#4,x):

$$\#9: \frac{d}{dx} (12 \cdot x^2 - 180 \cdot x + 500)$$

Simp(Dif(#4,x)):

$$\#10: 24 \cdot x - 180$$

Benutzer:

$$\#11: V_{''}(x) := 24 \cdot x - 180$$

Benutzer:

$$\#12: \quad v_{--} \left(\frac{15}{2} - \frac{5 \cdot \sqrt{21}}{6} \right)$$

Simp(#12):

$$\#13: \quad - 20 \cdot \sqrt{21}$$

Also liegt hier in lokales Maximum vor. Der Maximumswert wird berechnet.

Benutzer:

$$\#14: \quad v \left(\frac{15}{2} - \frac{5 \cdot \sqrt{21}}{6} \right)$$

Approx(#14):

$$\#15: \quad 820.5$$

Ergebnis: Für x ca. 3.6 wird das Volumen maximal ca. 820.5 cm³ groß.